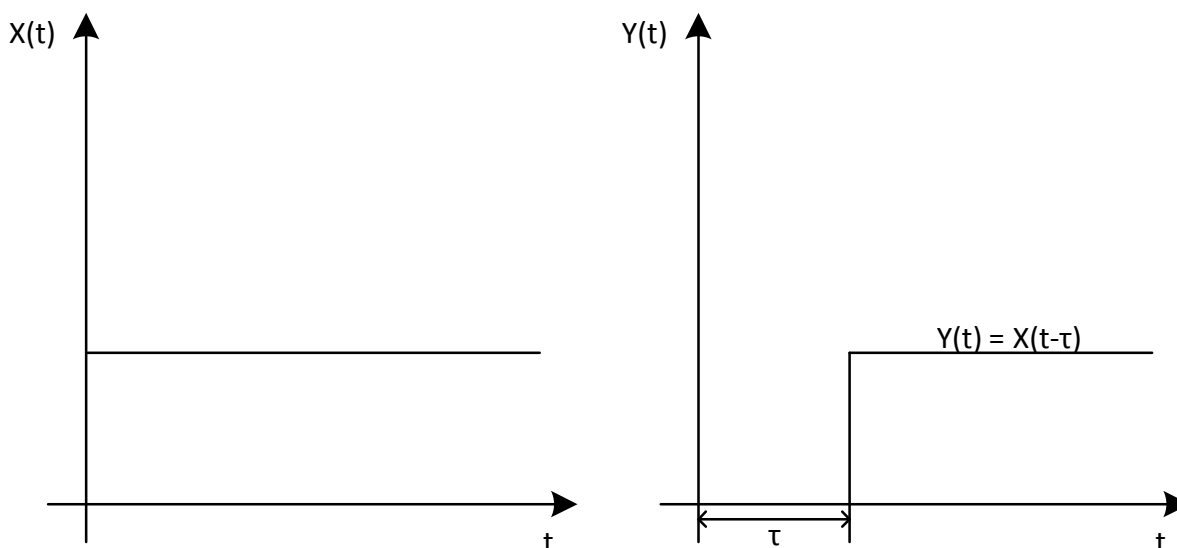


## КАШЊЕЊА

Кашњење – време потребно да се промена изазвана на једном елементу (у систему) кола пренесе на други елемент.

- У техничким, економским и друштвеним системима промене се не дешавају истовремено када су покренуте (на пример набавка робе).
- Део кашњења се односи на кашњења материјала, а део на кашњења информација.
- На нека кашњења се може утицати (брзина обраде поруџбина), а на неке не (време потребно пошти да достави поруџбину).
- Имају значајне последице на понашање система и по правилу узрокују осцилације у понашању система.
- Ако се смање кашњења, смањују се и осцилације у систему (складиште са другим временом од тренутка слања поруџбине до тренутка стицања робе има велике осцилације у количини робе на складишту).



## МОДЕЛИРАЊЕ КАШЊЕЊА МАТЕРИЈАЛА

И материјали и информације шире се одређеном (коначном) брзином што значи да постоји одређено време кашњења од тренутка слања материјала и информација до тренутка њиховог стицања (на пример време потребно за стицање наручених делова, стицање информација о повећаној потражњи за производима, трајање градње станова и слично).

Што је више различитих типова кашњења у систему – више утичу на понашање система.

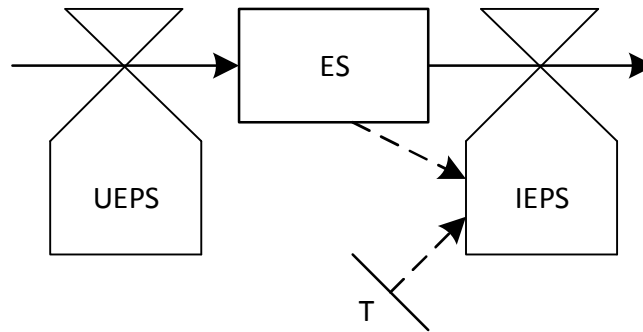
Нека кашњења у стварним системима могу се приказати једноставним помаком времена за константни временски интервал, али има и кашњења која су последица агрегирања великог броја догађаја и која имају облик постепеног реаговања на иницијалну промену.

## ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНА КАШЊЕЊА I РЕДА

Експоненцијално кашњење је релативно једноставан начин приказа кашњења који се показао применљив за већину облика кашњења у стварним системима.

Облик кашњења → облик криве (математичке релације) која приказује динамику постепеног реаговања варијабли модела на иницијалну промену.

Експоненцијално кашњење I реда у системској динамици приказујемо на следећи начин:



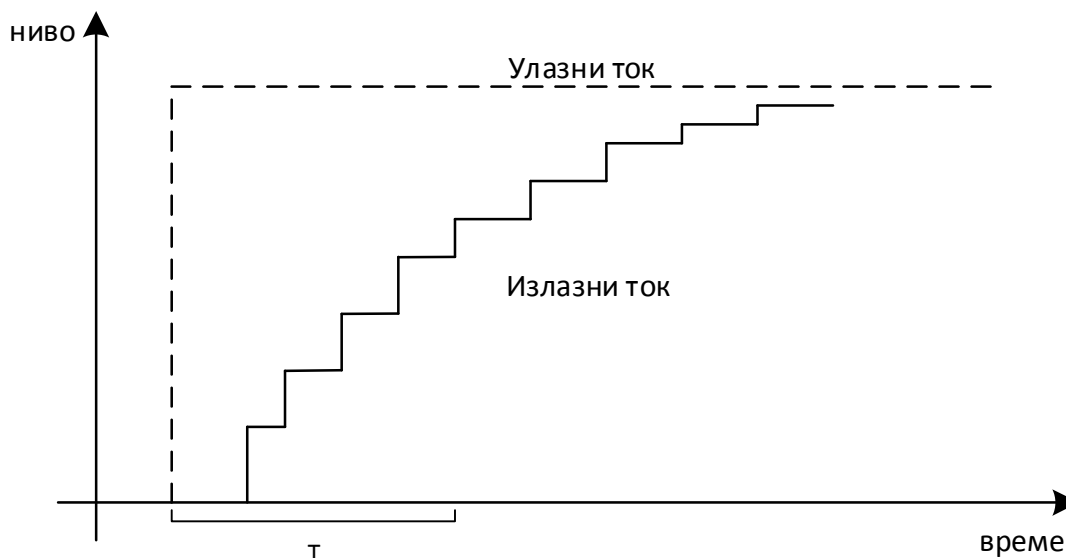
$$ES.K = ES.J + DT*(UEPS.JK - IEPS.JK)$$

$$IEPS.KL = \frac{1}{T} * ES.K$$

$T$  – константа времена кашњења (просечно време потребно излазном току да се прилагоди тренутној промени улазног тока).

Што је  $T$  веће → спорије ће се излазни ток прилагодити наглој промени улазног тока.

Претпоставићемо да је систем радио у стационарном стању у коме се вредност  $ES$  не мења у времену ( $I = U$ ). Када се величина улаза нагло промени (порасте) → нагло порасте вредност  $ES$  → пораст величине улаза → успори пораст  $ES$  → успори пораст излаза. Тако се брзина излазног тока постепено приближава промењеној брзини улазног тока.



Пораст излазног тока у времену има експоненцијални облик једначине.

$$x_{t+dt} = x_t + dt K - y$$

$$y = \frac{1}{T} x$$

$$\frac{x_{t+dt} - x_t}{dt} = K - \frac{x}{T}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} KT - x$$

$$x \text{ t} = 0 = 0$$

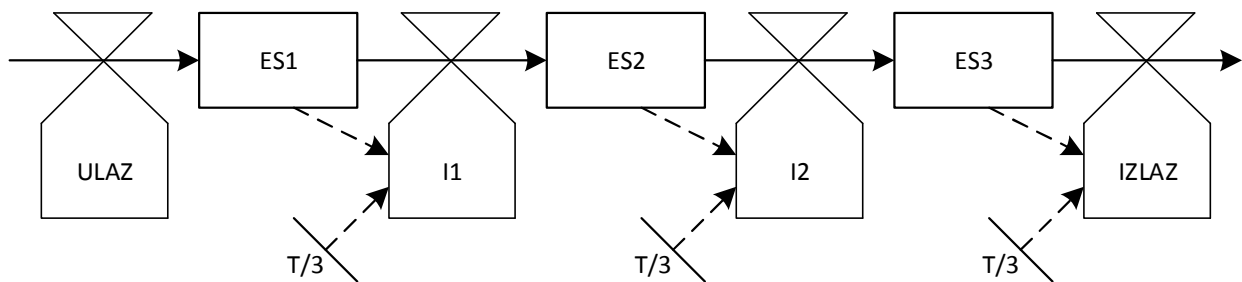
Решења:

$$x = KT \left( 1 - e^{-t/T} \right)$$

$$y = \frac{x}{T} = K \left( 1 - e^{-t/T} \right)$$

### ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНО КАШЊЕЊЕ ВИШЕГ РЕДА

Овакви облици кашњења добијају се серијом узастопних кашњења I реда.



Слика 1: Дијаграм тока за експоненцијално кашњење трећег реда са константом кашњења  $T/3$

$$ES1.K = ES1.J + (DT) (ULAZ.JK - I1.JK)$$

$$ES2.K = ES2.J + (DT) (I1.JK - I2.JK)$$

$$ES3.K = ES3.J + (DT) (I2.JK - IZLAZ.JK)$$

$$I1.KL = \frac{1}{(T/3)} ES1.K$$

$$I2.KL = \frac{1}{(T/3)} ES2.K$$

$$IZLAZ.KL = \frac{1}{(T/3)} ES3.K$$

Укупни акумулирани износ стања

$$STANJE.K = ES1.K + ES2.K + ES3.K$$

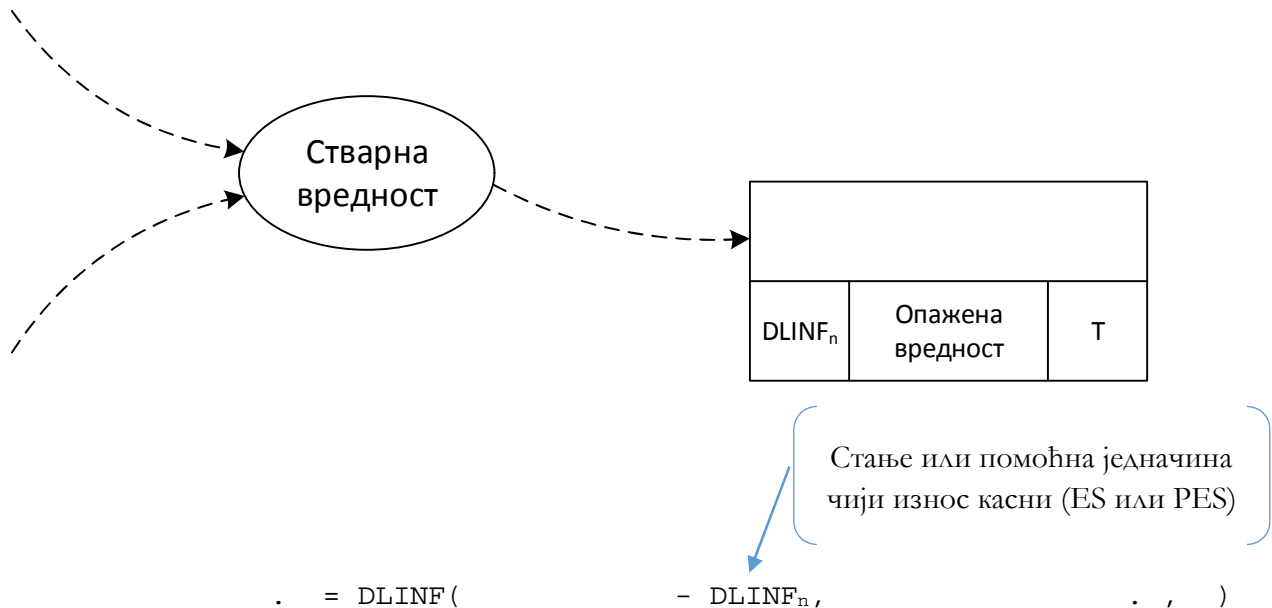
Код кашњења вишег реда, нагла промена брзине улазног тока се постепено преноси из једног у други временски тренутак на пораст  $ES1$ , затим пораст брзине  $I1$ , итд.

Спорији почетак пораста укупног нивоа, али се постепено убрзава и у даљем току времена је бржи него што је пораст код кашњења I реда.

## МОДЕЛИРАЊЕ КАШЊЕЊА ИНФОРМАЦИЈА

Као и код преноса материјала, тако је и за пренос информација и њихово коришћење, односно доношење одлука на бази доступних информација. Пример: време потребно да би информације о продаји производа доспеле до руководства.

Експоненцијално кашњење информација има своје симболе (слика). Њима одговара стандардна функција DLINF.



## ЗАГЛАЂИВАЊЕ ИНФОРМАЦИЈА

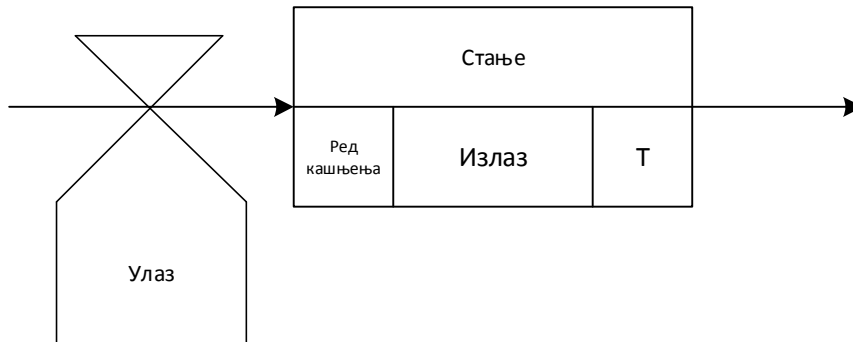
Одлуке се често доносе на бази прогнозе о будућој вредности неке величине. Прогноза се добија коришћењем претходних информација о вредности те величине. Прогноза на бази једне (последње) вредности обично не задовољава због флукуација величина у времену. Због тога се по правилу узима већи број претходних вредности (временска серија) и на бази њих се ради процена прогнозиране вредности.

За то се најчешће користе статистичке методе које се заснивају на такозваном заглађивању информација које на различите начине узимају просеке претходних промена величина од важности. Заглађивање информација доводи до смањења утицаја случајних флукуација и уводи кашњење. Симбол Д.Т. за заглађивање је:

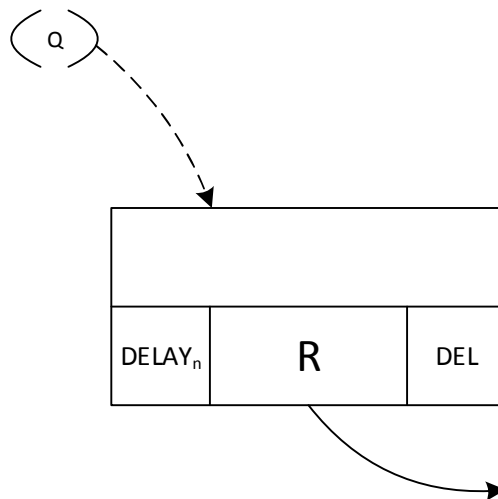


## НАЧИН ОЗНАЧАВАЊА ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНИХ КАШЊЕЊА

Уместо цртања сложених дијаграма тока, експоненцијално кашњење било којега реда можемо приказати симболом са слике:



## МОДЕЛИРАЊЕ КАШЊЕЊА МАТЕРИЈАЛА



$$\dot{Q} = \dot{Q} + DT * ( \dot{R} - \dot{Q} )$$

$$\dot{KL} = \text{DELAY}( \dot{Q}, \dot{R}, \text{DEL} )$$

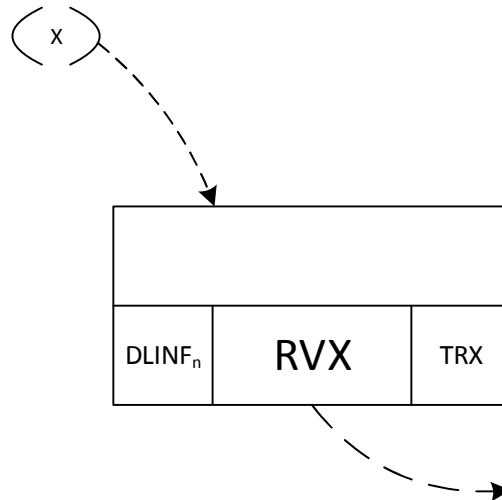
$$R.KL = \text{DELAY}(N, Q.JK, DEL)$$

R – излаз који касни (јед/вр.)

Q – улазна промена стања материјалног тока

DEL – кашњење између Q и R

## МОДЕЛИРАЊЕ КАШЊЕЊА ИНФОРМАЦИЈА

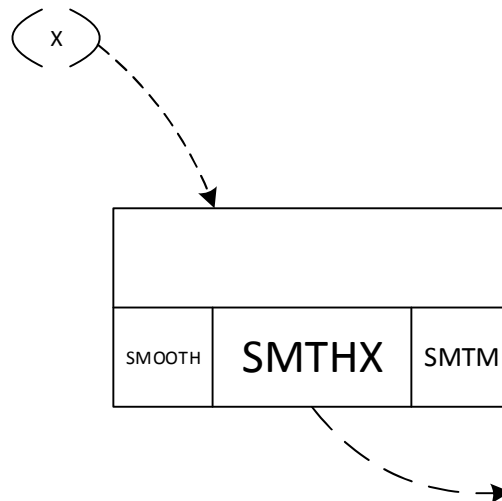


$$RVX.K = DLINF(n, X.K, TRX)$$

RVX – препознати износ од X

X – стање или помоћна једначина чији износ касни

TRX – време препознавања износа X



$$SMTHX.K = SMOOTH(X.JK, SMTM)$$

SMTHX – просечан износ од X

X – промена стања која се упросечује

SMTM – време упросечавања